

دفترچه شماره ۱



آزمون

پایه

۵

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۸/۱۶

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۴۰ مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

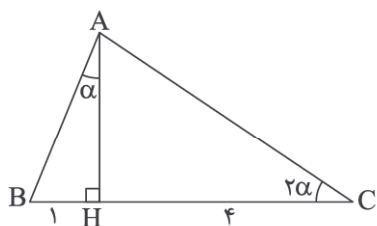
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۳	فصل ۲ (درس ۲)
هندسه	—	فصل ۱ (درس‌های ۱ و ۲)	فصل ۲ (درس ۲)
گسسته	—	—	فصل ۲ (تا سر دور و مسیر) (صفحه ۳۲ تا ۳۸) فصل ۳ (بخش شمارش تا صفحه ۶۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

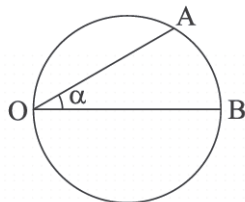
ریاضیات

۱- در شکل زیر طول پاره خط AB کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) $3\sqrt{2}$
- (۳) $2\sqrt{3}$
- (۴) $\sqrt{10}$

۲- در دایره مثلثاتی اگر طول وتر OA برابر $\sqrt{3}$ باشد، مقدار $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ چه عددی است؟ (OB قطر دایره است.)



- (۱) $2 + \sqrt{3}$
- (۲) $1 + 2\sqrt{3}$
- (۳) $2 + \sqrt{2}$
- (۴) $3 + \sqrt{2}$

۳- اگر $\frac{1}{\cos x} = 2 + \tan x$ مقدار $\tan 2x$ چه عددی است؟

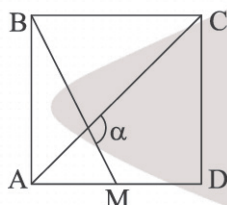
- (۱) $\frac{4}{7}$
- (۲) $-\frac{8}{7}$
- (۳) $\frac{16}{7}$
- (۴) $-\frac{24}{7}$

۴- در شکل زیر ضلع مربع‌های کوچک را واحد در نظر بگیرید. مقدار $\tan \alpha$ چه عددی است؟



- (۱) $\frac{7}{15}$
- (۲) $\frac{2}{15}$
- (۳) $\frac{7}{17}$
- (۴) $\frac{2}{17}$

۵- اگر M وسط ضلع مربع باشد، مقدار $\tan \alpha$ چه عددی است؟

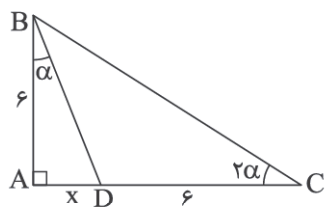


- (۱) $-\sqrt{5}$
- (۲) $-\sqrt{6}$
- (۳) -۲
- (۴) -۳

۶- هرگاه $\tan 25^\circ = 0,45$ مقدار $A = \frac{\sin 20^\circ - 2\cos 29^\circ}{\cos 11^\circ + \sin 25^\circ}$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{11}{40}$
- (۲) $\frac{11}{29}$
- (۳) $\frac{29}{40}$
- (۴) $\frac{33}{40}$

محل انجام محاسبات



۷- در شکل زیر $AB = DC = 6$ مقدار AD کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{5}$

(۳) ۲

(۴) $\sqrt{6}$

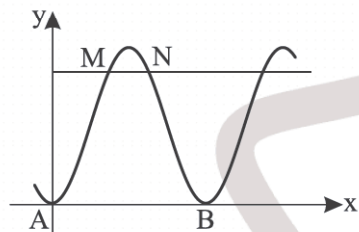
۸- تعداد جواب معادله مثلثاتی $\tan^2 x - 1 = \tan x \tan 3x$ در بازه $[0, \pi]$ چه تعدادی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۹- هرگاه $\tan \frac{\pi}{8}$ جواب معادله $x^2 - 3kx - 1 = 0$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۰- نمودار $y = 4 \sin^2 \frac{\pi}{3} x$ و خط $y = 3$ در شکل زیر رسم شده است. مقدار $\frac{MN}{AB}$ چه عددی است؟



(۱) $\frac{1}{\pi}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{\pi}{6}$

۱۱- جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) + \cos(x + \frac{\pi}{4}) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{12\pi}{2}$ (۲) $\frac{7\pi}{2}$ (۳) $\frac{9\pi}{2}$ (۴) $\frac{11\pi}{2}$

۱۲- معادلات $2 \cos^2 2x + \sin x = 1$ و $a \sin^2 2x + \cos x = 0$ در بازه $(0, \frac{\pi}{4})$ یک ریشه مشترک دارند، مقدار a کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ (۴) $-\frac{1}{2\sqrt{3}}$

۱۳- دومین ریشه مثبت معادله $\sin x + \sin(\frac{\pi}{3} - x) = \frac{1}{2}$ با سومین ریشه مثبت آن چقدر اختلاف دارند؟

(۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{3\pi}{4}$

محل انجام محاسبات

۱۴- اگر $A(0, -\frac{21}{4})$ و $B(\alpha, 0)$ روی نمودار تابع $f(x) = a \times 2^{-x+b} - 6$ قرار داشته باشند، α کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۵- هرگاه $\alpha = \log_6 9$ ، مقدار $\log_{12} 6$ بر حسب α کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2\alpha-1}$ (۲) $\frac{2}{4-\alpha}$

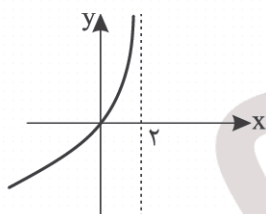
(۳) $\frac{2}{2\alpha-1}$ (۴) $\frac{2}{4+\alpha}$

۱۶- با فرض آنکه $\log_2 a \log_2 b = 2 \log_2(ab)$ کدام گزینه صحیح است؟ ($ab \neq 1$)

(۱) $a = 2b$ (۲) $b = 4a$

(۳) $a = 2b$ (۴) $b = 2a$

۱۷- نمودار تابع $f(x) = a - 2 \log_b(a-x)$ شکل زیر است. ضابطه $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



(۱) $f^{-1}(x) = 4 - 2^{2-x}$

(۲) $f^{-1}(x) = 2 - (\sqrt{2})^{2+x}$

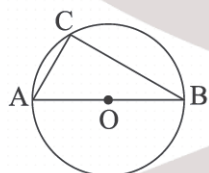
(۳) $f^{-1}(x) = 2 - (\sqrt{2})^{2-x}$

(۴) $f^{-1}(x) = 4 - 2^{x+2}$

۱۸- باتری یک تلفن همراه هر ۳ ساعت $\frac{4}{100}$ شارژ موجود را از دست می‌دهد. بعد از چند ساعت موجودی باتری بیست درصد شارژ ابتدایی خواهد شد؟ ($\log 3 = 0.47, \log 2 = 0.3$)

- (۱) ۴۲ (۲) ۷۰ (۳) ۲۱ (۴) ۳۵

۱۹- در دایره $C(O, 12)$ اگر $BC = 2AC$ باشد، آنگاه مساحت قطاع BOC چند برابر طول کمان \widehat{AC} است؟



(۱) ۶

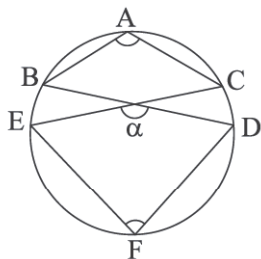
(۲) ۸

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۲۰- در دایره شکل زیر، اگر $\hat{A} = 120^\circ$ و $\hat{F} = 80^\circ$ باشند، مقدار α کدام است؟



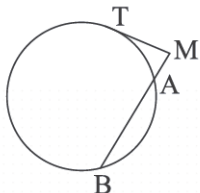
۱) 100°

۲) 160°

۳) 150°

۴) 110°

۲۱- در شکل زیر از نقطه M، یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره رسم شده است. اگر $MA = 4$ و طول وتر AB، $\frac{1}{5}$ برابر طول مماس باشد، طول وتر AB چند برابر طول MA است؟



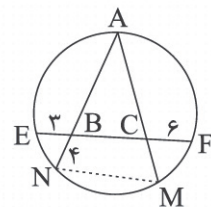
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

۲۲- در شکل زیر مثلث ABC متساوی الاضلاع است. مساحت مثلث AMN چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



۱) $135/5$

۲) $136/5$

۳) $137/5$

۴) $138/5$

۲۳- دو دایره $C(O, \sqrt{2})$ و $C'(O', \sqrt{6})$ متقاطع اند و شعاع های دو دایره در هر کدام از نقاط تقاطع بر هم عمود هستند. طول وتر مشترک دو دایره کدام است؟

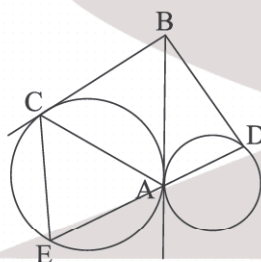
۱) ۲

۲) $\sqrt{6}$

۳) $2\sqrt{3}$

۴) ۴

۲۴- در شکل زیر، AB مماس مشترک داخلی دو دایره است. اگر $\hat{ECA} = 48^\circ$ و نقاط A و D و E روی یک خط باشند، اندازه زاویه



ACD چند درجه است؟

۱) 40°

۲) 41°

۳) 42°

۴) 43°

محل انجام محاسبات

۲۵- دایره به معادله $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ که اندازه شعاع آن عددی صحیح است، در ناحیه دوم دستگاه مختصات بر هر دو محور مماس است. حاصل $a + b + c$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۲۶- دایره‌ای بر دو خط $y = x + 4$ و $x + y = 6$ مماس است. اگر مرکز این دایره روی محور x ها باشد، شعاع آن کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۲۷- خط $2x + 3y = 9$ در نقطه $(3, 0)$ واقع بر دایره $x^2 + y^2 + 3x + ay = c$ بر دایره مماس است. مقدار $2a + 2c$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۸- دایره $x^2 + y^2 - 2x + 4y = n$ و نقطه A خارج دایره مفروض است. اگر طول مماس مرسوم از A بر دایره برابر ۴ و کمترین فاصله A تا محیط دایره برابر ۲ باشد، طول وترى که این دایره روی محور Ox جدا می‌کند، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$

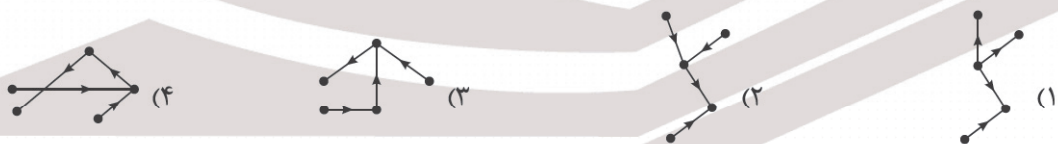
۲۹- به ازای چند مقدار صحیح m ، نقطه $A(4, -1)$ خارج دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ قرار دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بی‌شمار

۳۰- نقطه‌های M و N به ترتیب روی دو دایره متخارج $x^2 + y^2 - 2x + 2y = a$ و $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6a = 0$ قرار دارند. اگر بیشترین فاصله نقاط M و N برابر ۸ باشد، آنگاه کمترین فاصله بین نقاط این دو دایره چقدر است؟ (a یک عدد طبیعی است.)

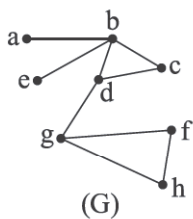
- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

۳۱- کدام یک از اشکال زیر متناظر به گراف G است که در آن $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و $E(G) = \{(b, c), (c, a), (d, c), (e, a)\}$ است؟



محل انجام محاسبات

۳۲- اگر p مرتبه و q اندازه گراف G باشد، آنگاه حاصل $\Delta^2(G) + p(G) - q(G) + 3 \deg(c)$ به کدام یک از اعداد زیر بخش پذیر است؟



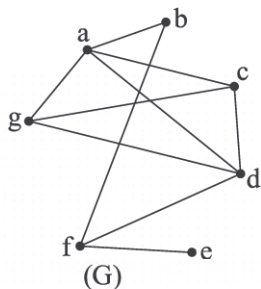
۱۹ (۱)

۱۳ (۲)

۱۱ (۳)

۷ (۴)

۳۳- در گراف شکل زیر، مجموعه $A = (N_G[g] \cup N_G(d)) - N_G[b]$ چند عضو دارد؟



۵ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

۳۴- اندازه گراف ساده G برابر ۲۷ و اندازه مکمل آن برابر ۶۴ است. اگر $\delta(G) = 2$ ، آنگاه حاصل $\Delta(\bar{G})$ کدام است؟

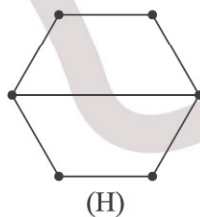
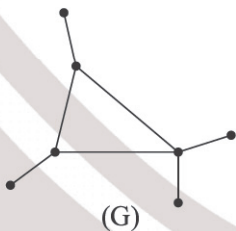
۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

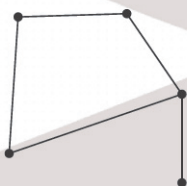
۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۳۵- گراف های G و H مفروض اند:



کدام یک از گراف های زیر هم زیرگراف G می تواند باشد و هم زیرگراف H ؟



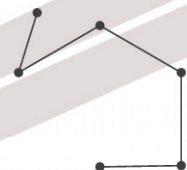
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

محل انجام محاسبات

۳۶- گراف ساده G با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_8\}$ چنان است که به ازای هر i و j مخالف هم حاصل $N_G(v_i) \cap N_G(v_j)$ تهی است. اگر حداکثر مقدار ممکن برای اندازه گراف G را t بنامیم، آنگاه t کدام ویژگی را دارد؟

- (۱) مربع کامل (۲) مکعب کامل (۳) عددی اول (۴) بخش پذیر بر ۳

۳۷- گراف ساده G از مرتبه ۱۹ و اندازه ۸ مفروض است. اگر حداکثر و حداقل مقدار ممکن برای تعداد رئوس تنهای آن گراف را به ترتیب m و n بنامیم، آنگاه مجموع ارقام عدد $3m - n$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱۳

۳۸- با ارقام ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، چند عدد چهاررقمی می توان ساخت؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۳۸

۳۹- معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 19$ با شرایط $x_4 = 5$ و $x_1 \geq a$ در مجموعه اعداد صحیح نامنفی به تعداد ۳۶ جواب دارد. عدد طبیعی a کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۴۰- گل فروشی چهار نوع گل مریم، نرگس، لاله و نسترن دارد. به m طریق می توان ۶ شاخه گل از او خرید کرد به طوری که در انتخاب آن ۶ شاخه، حداقل ۲ نوع گل موجود باشد. رقم یکان m کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات